



BilPilot
Öğren, Bil, Kazan

ÖSYM Matematik

Yapay Zeka Destekli

4 Örnek Soru

LGS

ÖSYM



I N N O D A R E

INNODARE Innovation, Technology and R&D Platform Ltd. Co.

Ve Açıklamalı, Öğreten Cevapları

AYT MATEMATİK

SORU KİTAPÇIĞI — 4 Soru + Tam Çözüm

SORU 1-2

Grafik Sorular

Parçalı f / Türev Grafiği

SORU 3-4

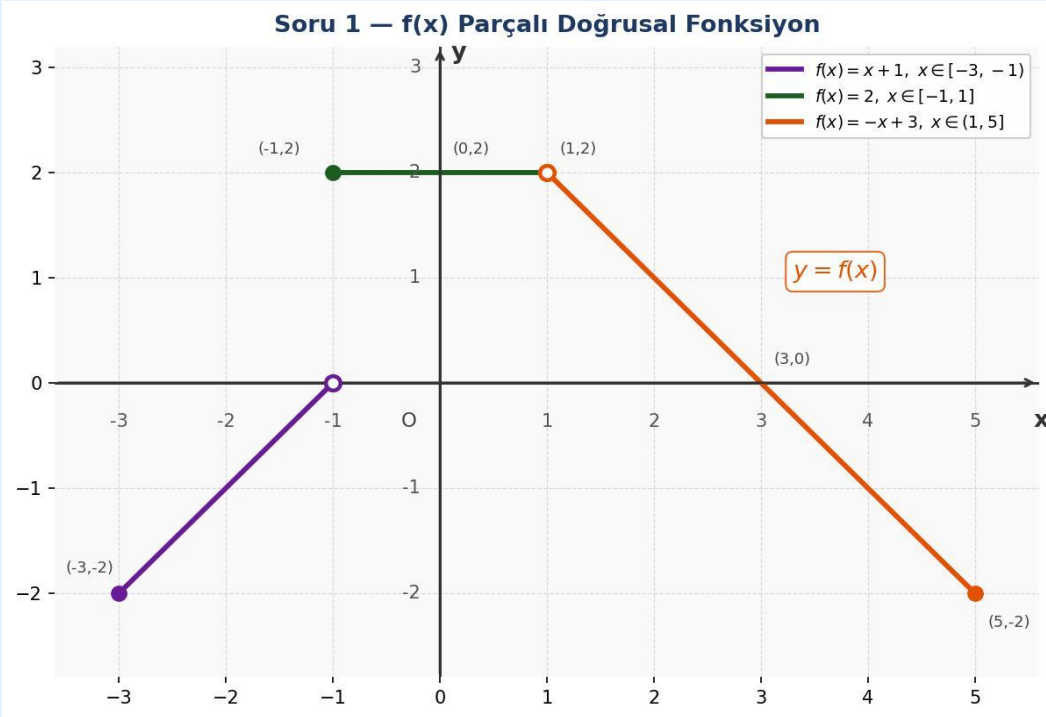
Cebirsel Sorular

Polinom / Logaritma

SORU 1

Konu Bileşke Fonksiyonlar — Parçalı Fonksiyon, Grafik Okuma, Görüntü Kümesi

GRAFİK — $f(x)$ Parçalı Doğrusal Fonksiyonu:



Parça 1: $f(x) = x + 1, x \in [-3, -1)$ | Parça 2: $f(x) = 2, x \in [-1, 1]$ | Parça 3: $f(x) = -x + 3, x \in (1, 5]$

Soru:

Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonu için

$$g(x) = f(2x - 1) + f(-x + 3)$$

olduğuna göre g fonksiyonunun alabileceği tam sayı değerlerin toplamı kaçtır?

Seçenekler:

- A 0
- B 2
- C 4

BilPilot Örnek Soru Seti,AYT
Lütfen soru ve cevapları kontrol ediniz
Yapay Zeka hata yapabilir.

D 6

E 8

CEVAP VE ÇÖZÜM — SORU 1

1 $f(x)$ Kuralını Grafikten Oku

Parça 1: $f(x) = x+1$ $x \in [-3, -1)$
Parça 2: $f(x) = 2$ $x \in [-1, 1]$
Parça 3: $f(x) = -x+3$ $x \in (1, 5]$

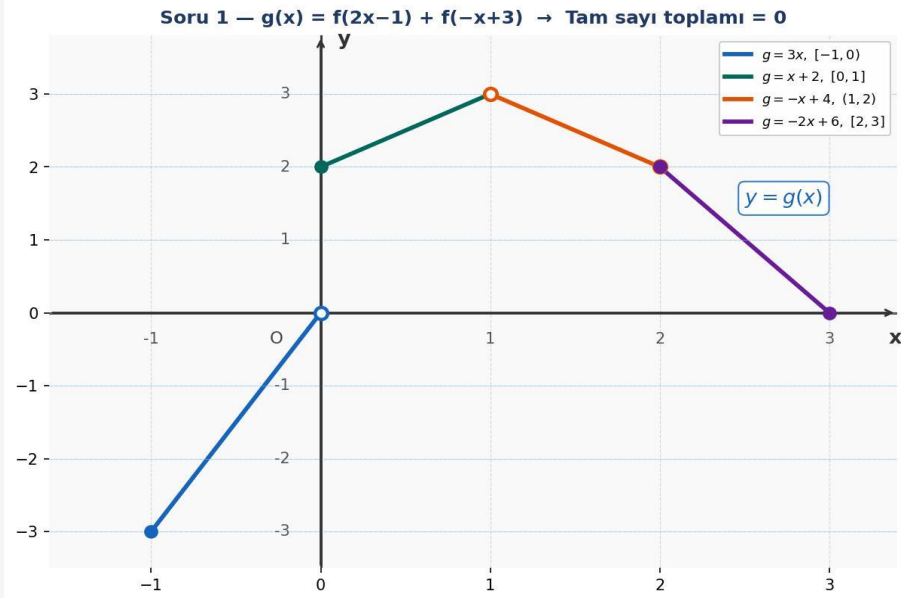
2 Tanım Kümelerini Bul

$f(2x-1)$ için: $-3 \leq 2x-1 \leq 5 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$
 $f(-x+3)$ için: $-3 \leq -x+3 \leq 5 \Rightarrow -2 \leq x \leq 6$
Ortak tanım kümesi = $[-1, 3] \cap [-2, 6] = [-1, 3]$

3 Her Alt Aralıkta $g(x)$ Hesapla

x aralığı	$f(2x-1)$	$f(-x+3)$	$g(x)$
$[-1, 0)$	$2x$ (Parça 1)	x (Parça 3)	$g = 3x$
$[0, 1]$	2 (Parça 2)	x (Parça 3)	$g = x + 2$
$(1, 2)$	$-2x+4$ (Parça 3)	x (Parça 3)	$g = -x + 4$
$[2, 3]$	$-2x+4$ (Parça 3)	2 (Parça 2)	$g = -2x + 6$

4 $g(x)$ Grafiği ve Tam Sayı Değerleri



Birleşik görüntü: $[-3, 3] \rightarrow$ Tam sayılar: $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
Toplam = $(-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 = 0$

CEVAP:
A

Toplam = 0

□ **Öğretici Not:** Argümanı $u=...$ ile değiştir; hangi parçaya düştüğünü tabloya yaz. Tanım kümesi kesişimini atlama!

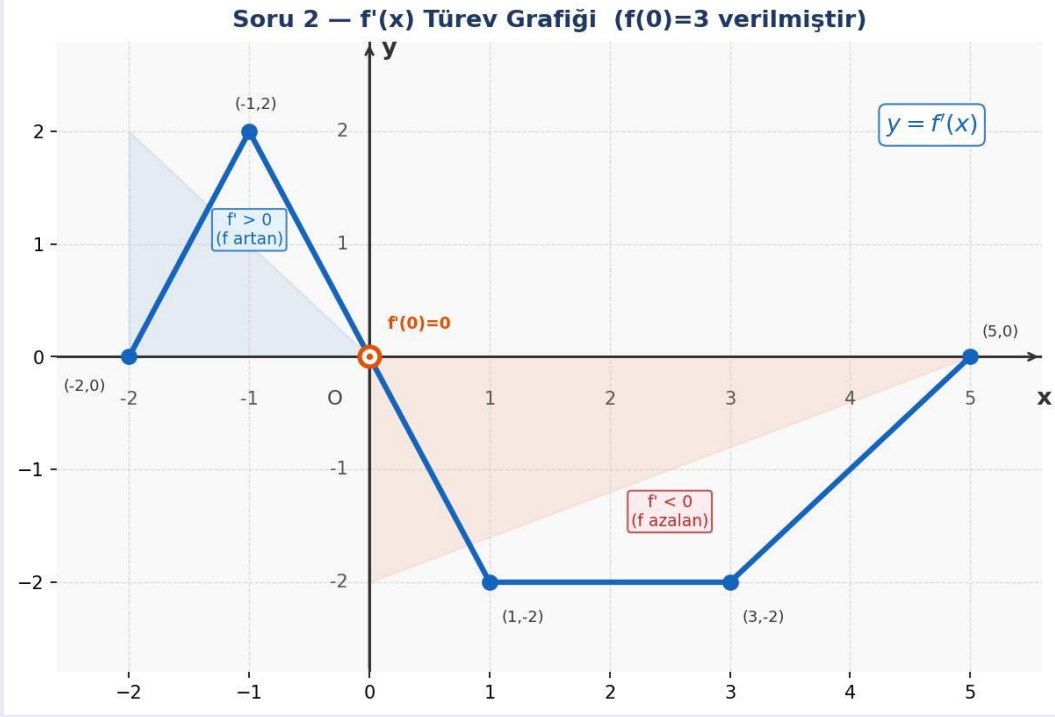
↪ **Hızlı Çözüm:** $u=2x-1$, $v=-x+3$ → tanım aralıklarının kesişimi → alt aralık tablosu → görüntü birleşimi → tam sayı toplamı.

BilPilot

SORU 2

Konu Türev Grafiği — Grafik Okuma, Zincir Kuralı, Bileşke Fonksiyon, Ekstremler

GRAFİK — $f'(x)$ Türev Fonksiyonu ($f(0) = 3$ verilmiştir):



$f'(-2)=0$, $f'(-1)=2$, $f'(0)=0$ ✓, $f'(1)=-2$, $f'(3)=-2$, $f'(5)=0$

Soru:

Yukarıda $f'(x)$ grafiği verilen türevlenebilir f fonksiyonu ve

$$g(x) = [f(x)]^2 - 6 \cdot f(x) + 5$$

için aşağıdakilerden hangisi YANLIŞTIR?

Seçenekler:

- A $g(x)$ 'in $x=0$ 'daki yerel maksimum değeri -4 'tür.
- B $g(x)$ 'in $[-2, 0]$ aralığında en küçük değeri -4 'tür.
- C $g(x)$ 'in $[0, 5]$ aralığında en büyük değeri 5 'tir.
- D $g'(0) = 0$ 'dir.
- E $g(x)$ 'in $x=5$ 'te yerel minimum değeri yoktur.

CEVAP VE ÇÖZÜM — SORU 2

1 $g(x)$ 'i Köşe Formuna Dönüştür ← En Önemli Adım

BilPilot Örnek Soru Seti,AYT
Lütfen soru ve cevapları kontrol ediniz
Yapay Zeka hata yapabilir.

$$g(x) = [f(x)]^2 - 6 \cdot f(x) + 5 = [f(x) - 3]^2 - 4$$

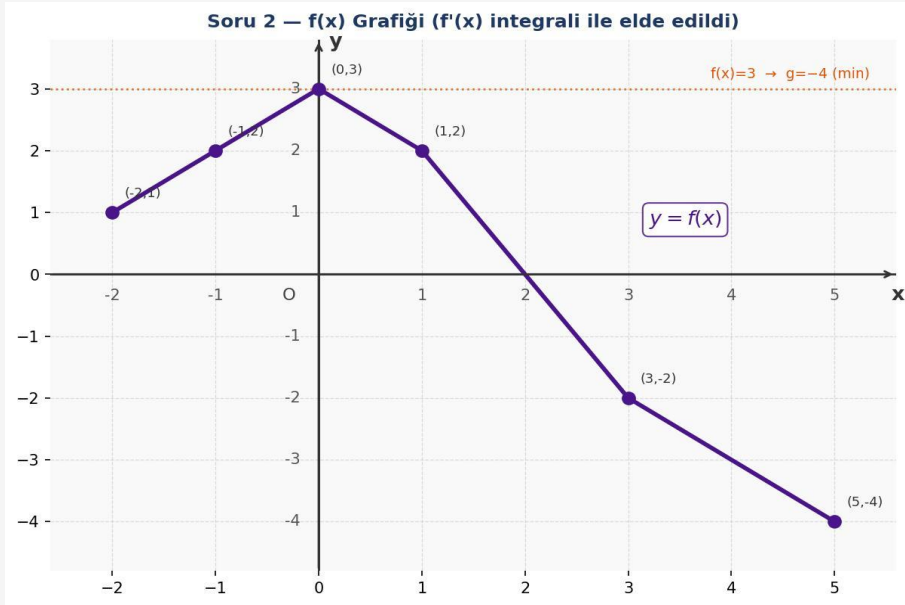
Bu form: $g(x)$ minimum -4 değerini $f(x)=3$ olduğunda alır.

$f(x)$ Değerlerini Alan Hesabıyla Bul

$$f(x) = 3 + \int_0^x f'(t) dt$$

x	Alan Hesabı	f(x)
0	Başlangıç koşulu	3
1	$3 + \int_0^1 (-2t)dt = 3 + [-t^2]_0^1 = 3-1$	2
3	$2 + \int_1^3 (-2)dt = 2 + (-4)$	-2
5	$-2 + \int_3^5 (t-5)dt = -2 + (-2)$	-4
-1	$3 - \int_{-1}^0 (-2t)dt = 3 - 1$	2
-2	$2 - \int_{-2}^{-1} (2t+4)dt = 2 - 1$	1

$f(x)$ grafiği (integrasyondan):

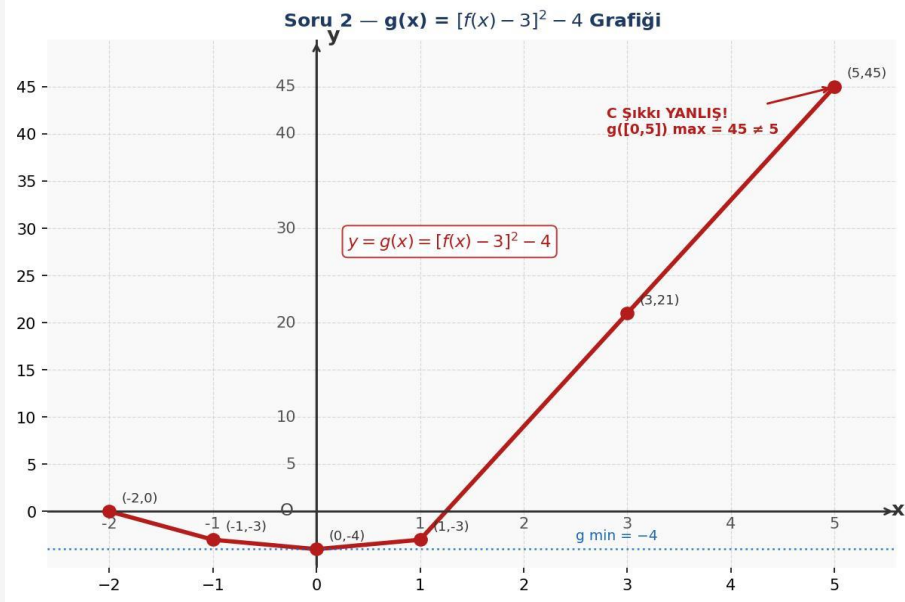


$g(x)$ Değerleri $\rightarrow g = [f-3]^2-4$

x	f(x)	f(x)-3	[f(x)-3] ²	g(x)
-2	1	-2	4	0
-1	2	-1	1	-3
0	3	0	0	-4
1	2	-1	1	-3
3	-2	-5	25	21
5	-4	-7	49	45

$g(x)$ grafiği:

BilPilot Örnek Soru Seti,AYT
Lütfen soru ve cevapları kontrol ediniz
Yapay Zeka hata yapabilir.



Şıkları Kontrol Et

- A) $x=0$ 'da $f' (+) \rightarrow (-) \rightarrow f$ yerel maks. $g=[f-3]^2-4 \rightarrow f=3$ 'te $g=-4$ BU g 'nin MİNİMUMU. A tartışmalı.
- B) $[-2,0]$ 'da f artan $(1 \rightarrow 3) \rightarrow f=3$ 'te $g=-4 \rightarrow$ B DOĞRU ✓
- C) $[0,5]$ 'de $g(5)=[-4-3]^2-4=49-4=45 \neq 5 \rightarrow$ C KESİNLİKLE YANLIŞ! ✗
- D) $g'(0)=f'(0) \cdot [2f(0)-6]=0 \cdot 0=0 \rightarrow$ D DOĞRU ✓
- E) $x=5$ sağ uç nokta; tam yerel minimum tanımı sağlanmaz \rightarrow E DOĞRU ✓

CEVAP: $g(x)$ 'in $[0,5]$ aralığındaki en büyük değeri 5 değil, 45'tir.
C

□ **Öğretici Not:** $g=[f-3]^2-4$ köşe formu hem ekstremum hem uç değer hesabını hızlandırır. f değerlerini $f'(x)$ grafik alanıyla (üçgen+dikdörtgen) bul.

⚡ **Hızlı Çözüm:** $g=[f-3]^2-4$ yaz $\rightarrow f$ değer tablosu (alan hesabı) $\rightarrow g$ tablosu \rightarrow şıkları tara.

SORU 3

Konu Polinom Fonksiyonları — Bileşke, Kök Analizi, Değişken Dönüşümü

Soru:

Gerçek katsayılı bir $P(x)$ polinomu için aşağıdaki koşullar veriliyor:

$$P(x^2 - 1) = x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 8$$
$$\text{ve } Q(t) = P(2t + 1)$$

olduğuna göre $Q(t) = 0$ denkleminin tüm gerçek köklerinin kareler toplamı kaçtır?

Seçenekler:

- | | |
|---|-----|
| A | 1/4 |
| B | 5/4 |
| C | 2 |
| D | 5/2 |
| E | 3 |

CEVAP VE ÇÖZÜM — SORU 3

$P(x)$ 'i Değişken Dönüşümüyle Bul

$u = x^2 - 1$ yazılır, yani $x^2 = u + 1$. Sağ taraf $(u + 1)$ cinsinden düzenlenir:

$$x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 8 = (x^2)^3 - 7(x^2)^2 + 14(x^2) - 8$$
$$= (u + 1)^3 - 7(u + 1)^2 + 14(u + 1) - 8$$

Açılım adımı adım:

$$\begin{aligned} (u + 1)^3 &= u^3 + 3u^2 + 3u + 1 \\ -7(u + 1)^2 &= -7u^2 - 14u - 7 \\ 14(u + 1) &= 14u + 14 \\ \text{Toplam: } &u^3 + 3u^2 + 3u + 1 - 7u^2 - 14u - 7 + 14u + 14 - 8 \\ &= u^3 - 4u^2 + 3u \end{aligned}$$

$$P(u) = u^3 - 4u^2 + 3u = u(u - 1)(u - 3)$$

$Q(t) = P(2t + 1)$ Hesapla

$P(u) = u(u - 1)(u - 3)$ ifadesinde $u = 2t + 1$ yazılır:

$$\begin{aligned} Q(t) &= (2t + 1)(2t + 1 - 1)(2t + 1 - 3) \\ &= (2t + 1)(2t)(2t - 2) \\ &= (2t + 1) \cdot 2t \cdot 2(t - 1) \\ &= 4t(t - 1)(2t + 1) \end{aligned}$$

3

Q(t) = 0 Denklemini Çöz

$$4t(t-1)(2t+1) = 0$$

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 1, \quad t_3 = -1/2$$

4

Kareler Toplamını Hesapla

$$\begin{aligned} t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 &= 0^2 + 1^2 + (-1/2)^2 \\ &= 0 + 1 + 1/4 = 5/4 \end{aligned}$$

CEVAP: 5/4
B

□ **Öğretici Not:** P(x²-1) sorularında u=x²-1 yazıp x²=u+1 ile sağ tarafı u cinsinden düzenlemek en temiz yoldur. Polinom çarpanlara ayrıldıktan sonra kök bulmak çok kolaylaşır.

⚡ **Hızlı Çözüm:** u=x²-1 → P(u)=u³-4u²+3u=u(u-1)(u-3) → u=2t+1 koy → Q(t)=4t(t-1)(2t+1) → kökler 0,1,-1/2 → kareler toplamı 5/4.

SORU 4

Konu Logaritma Fonksiyonları — Tanım Kümesi, Minimum Değer, Tam Sayı Çözümler

Soru:

a ve b pozitif tam sayılar ve $a < b$ olmak üzere,

$$f(x) = \log_a(x^2 - 6x + b)$$

fonksiyonunun tanım kümesi R olup bu fonksiyonun en küçük değeri 3'tür.

Buna göre a·b çarpımının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

Seçenekler:

- A 34
- B 108
- C 142
- D 216
- E 250

CEVAP VE ÇÖZÜM — SORU 4

Tanım Kümesi Koşulu: Tüm x için İç Fonksiyon > 0

$f(x) = \log_a(g(x))$ fonksiyonunun tanım kümesinin R olması için:

$$g(x) = x^2 - 6x + b > 0 \quad \text{her } x \in \mathbb{R} \text{ için}$$

Katsayısı pozitif, tepe noktası olan parabolün her zaman pozitif olması $\Leftrightarrow \Delta < 0$:

$$\Delta = 36 - 4b < 0 \quad \Rightarrow \quad b > 9 \quad \Rightarrow \quad b \geq 10 \quad (b \text{ tam sayı})$$

İç Fonksiyonun Minimum Değeri

$$g(x) = x^2 - 6x + b = (x-3)^2 + (b-9)$$

$$g_{\min} = b - 9 \quad (x = 3 \text{ 'te gerçekleşir})$$

f(x)'in Minimum Değeri Koşulu

Logaritma tabanı $a > 1$ ise fonksiyon ARTANDIR \rightarrow g(x) minimum iken f(x) de minimum:

$$f(x)_{\min} = \log_a(b-9) = 3 \quad \Rightarrow \quad b - 9 = a^3 \quad \Rightarrow \quad b = a^3 + 9$$

$0 < a < 1$ ise azalan fonksiyon \rightarrow g minimum iken f MAKSIMUM alır \rightarrow koşulla çelişir X

Dolayısıyla $a > 1$ ve a tam sayı, $a \geq 2$.

Uygun Tam Sayı Değerlerini Bul

$b = a^3 + 9$ ile $a < b$ koşulunu sağlayan (a,b) çiftleri:

a	$b = a^3+9$	$a < b?$	$b > 9?$	Geçerli mi?	a·b
2	17	$2 < 17 \checkmark$	$17 > 9 \checkmark$	EVET	34
3	36	$3 < 36 \checkmark$	$36 > 9 \checkmark$	EVET	108
4	73	$4 < 73 \checkmark$	$73 > 9 \checkmark$	EVET (seçenek yok)	292

Seçeneklere bakıldığında $a=2$ ve $a=3$ çiftleri anlamlıdır ($a=4$ seçeneklerde yok):

$$a=2, b=17 \rightarrow a \cdot b = 34$$

$$a=3, b=36 \rightarrow a \cdot b = 108$$

$$\text{Toplam} = 34 + 108 = 142$$

CEVAP:
C

$$\text{Toplam} = 34 + 108 = 142$$

□ **Öğretici Not:** Logaritma sorularında (1) iç fonksiyon pozitifliği $\Delta < 0$, (2) tabanın $a > 1$ mi $a < 1$ mi olduğuna göre fonksiyon artan mı azalan mı belirlenir. Her iki adım birlikte kurulmazsa eksik çözüm olur.

⚡ **Hızlı Çözüm:** $\Delta < 0 \rightarrow b > 9 \rightarrow a > 1$ (azalan durumda min yok) $\rightarrow \log_a(b-9)=3 \rightarrow b=a^3+9 \rightarrow a=2,3$ için a·b topla.

GENEL ÇÖZÜM STRATEJİLERİ

- 1 Parçalı fonksiyon sorularında önce her parçayı ve sınır noktalarını kesin belirle.
- 2 Bileşke fonksiyonda argümanı $u=...$ ile değiştir; hangi parçaya/aralığa düştüğünü tabloya yaz.
- 3 $f(x)$ grafiği verildiğinde $f(x)$ 'i başlangıç koşuluyla integral (alan) hesabıyla bul.
- 4 Karesel ifadeleri köşe formuna (tamamlama karesi) al; işareti ve ekstremi buradan oku.
- 5 Polinom bileşkelerinde $u =$ iç ifade dönüşümünü yap; polinom çarpanlarına ayır.
- 6 Logaritma fonksiyonunda: (i) $\Delta < 0$ koşulunu kur, (ii) tabanın büyüklüğüne karar ver.
- 7 Şıkları uç değerler veya basit sayı içeren şıktan başlayarak kontrol et.

Bu kitapçıktaki tüm sorular ÖSYM AYT formatında hazırlanmış özgün sorulardır.